

Jednačina stanja idealnog gasa

1. U čeličnoj boci nalazi se 25 l ugljendioksida (idealni gas) na temperaturi 20 °C i pritisku 100 bar. Koliku bi zapreminu zauzela ista količina ugljendioksida pod pritiskom 1,013 bar i na temperaturi 0 °C (normalni uslovi)?

$$V_o = 25 \text{ l} = 25 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$t_o = 20 \text{ °C} \rightarrow T_o = 20 + 273 = 293 \text{ K}$$

$$p_o = 100 \text{ bar} = 100 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$t_1 = 0 \text{ °C} \rightarrow T_1 = 273 \text{ K}$$

$$p_1 = 1,013 \text{ bar} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$p_o V_o = m R_{CO_2} T_o \rightarrow m = \frac{p_o V_o}{R_{CO_2} T_o} = \frac{100 \cdot 10^5 \cdot 25 \cdot 10^{-3}}{189 \cdot 293} = 4,51 \text{ kg}$$

$$p_1 V_1 = m R_{CO_2} T_1 \rightarrow V_1 = \frac{m R_{CO_2} T_1}{p_1} = \frac{4,51 \cdot 189 \cdot 273}{1,013 \cdot 10^5} = 2,297 \text{ m}^3$$

2. U nekom sudu nalazi se 5 kg kiseonika (idealni gas) na temperaturi 15 oC i pritisku 9,81 bar. Odrediti pritisak u sudu ako temperatura poraste za 200 oC.

$$m = 5 \text{ kg}$$

$$t_o = 15 \text{ °C} \rightarrow T_o = 15 + 273 = 288 \text{ K}$$

$$p_o = 9,81 \text{ bar} = 9,81 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$t_1 = 15 + 200 = 215 \text{ °C} \rightarrow T_1 = 215 + 273 = 488 \text{ K}$$

$$p_o V_o = m R_{O_2} T_o \rightarrow V = \frac{m R_{O_2} T_o}{p_o} = \frac{5 \cdot 260 \cdot 288}{9,81 \cdot 10^5} = 0,381 \text{ m}^3$$

$$p_1 V = m R_{O_2} T_1 \rightarrow p_1 = \frac{m R_{O_2} T_1}{V} = \frac{5 \cdot 260 \cdot 488}{0,381} = 1\,665\,091,85 \text{ Pa} = 16,6 \text{ bar}$$

3. U posudi se nalazi 1,2 kg amonijaka pri temperaturi od -15 oC, pritiska 6 bara. Kolika je zapremina i gustina tog gasa?

$$m = 1,2 \text{ kg}$$

$$t = -15 \text{ °C} \rightarrow T = -15 + 273 = 258 \text{ K}$$

$$p = 6 \text{ bar} = 6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$R = 489 \text{ J/kgK}$$

$$pV = m R_{NH_3} T \rightarrow \rho = \frac{p}{R_{NH_3} T} = \frac{6 \cdot 10^5}{489 \cdot 258} = 4,75 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{1,2}{4,75} = 0,25 \text{ m}^3$$

4. Odrediti gustinu acetilena na temperaturi od 60 oC i pritiski 15 bar

$$t_o = 60 \text{ °C} \rightarrow T_o = 60 + 273 = 333 \text{ K}$$

$$p_o = 15 \text{ bar} = 15 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$R = 320 \text{ J/kgK}$$

$$pV = m R_{C_2H_2} T \rightarrow \rho = \frac{p}{R_{C_2H_2} T} = \frac{15 \cdot 10^5}{320 \cdot 333} = 14,09 \text{ kg/m}^3$$

5. Molarna masa nekog idealnog gasa iznosi 45 kg/kmol. Kolika je specifična zapremina i gustina tog gasa na pritisku 1,5 bar i temperaturi 75 oC?

$$M=45 \text{ kg/kmol}$$

$$t=75 \text{ }^{\circ}\text{C} \rightarrow T=75+273=348 \text{ K}$$

$$p=1,5 \text{ bar}$$

$$R_u=8315 \text{ J/kmolK}$$

$$R = \frac{R_u}{M} = \frac{8315}{45} = 184,8 \text{ J/kgK}$$

$$pv = RT \rightarrow v = \frac{RT}{p} = \frac{184,8 * 348}{1,5 * 10^5} = 0,429 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\rho = \frac{1}{v} = 2,33 \text{ kg/m}^3$$

Smeše idealnih gasova

1. Odrediti gasnu konstantu smeše, koja sadrži 0,8 m³ ugljenmonoksida i 1,2 m³ vazduha.

$$V_{CO}=0,8 \text{ m}^3$$

$$V_V=1,2 \text{ m}^3$$

$$V_{CO} + V_V = V = 0,8 + 1,2 = 2,0 \text{ m}^3$$

$$r_{CO} = \frac{V_{CO}}{V} = \frac{0,8}{2,0} = 0,4$$

$$r_V = \frac{V_V}{V} = \frac{1,2}{2,0} = 0,6$$

$$R_{sm} = \frac{R_u}{M_{sm}}$$

$$M_{sm} = r_{CO} * M_{CO} + r_V * M_V = 0,4 * 28 + 0,6 * 29 = 28,6 \text{ kg/kmol}$$

$$R_{sm} = \frac{8315}{28,6} = 290,7 \text{ J/kgK}$$

2. Odrediti masene udele komponenata smeše (kiseonika i azota), ako gasna konstanta smeše iznosi R_{sm}=2050 J/kgK.

$$R_{sm} = g_{N2} * R_{N2} + g_{H2} * R_{H2}$$

$$g_{N2} + g_{H2} = 1 \rightarrow g_{N2} = 1 - g_{H2}$$

$$R_{sm} = (1 - g_{H2}) * R_{N2} + g_{H2} * R_{H2} = R_{N2} - g_{H2} * R_{N2} + g_{H2} * R_{H2}$$

$$R_{sm} = R_{N2} + g_{H2} * (R_{H2} - R_{N2}) \rightarrow g_{H2} = \frac{R_{sm} - R_{N2}}{R_{H2} - R_{N2}}$$

$$g_{H2} = \frac{R_{sm} - R_{N2}}{R_{H2} - R_{N2}} = \frac{2050 - 297}{4157 - 297} = 0.454 = 45.4\%$$

$$g_{N2} = 1 - g_{H2} = 1 - 0.454 = 0.545 = 54.5\%$$

3. Odrediti temperaturu 1,5 kg gasne smeše zapreminskog sastava $r_{O_2}=0,25$, $r_{CO_2}=0,15$ i $r_{N_2}=0,60$, koja se nalazi u sudu zapremine 4 m³ na pritisku 2 bara.

$V=4 \text{ m}^3$
 $m=1,5 \text{ kg}$
 $p=2 \text{ bar}$
 $r_{O_2}=0.25$
 $r_{CO_2}=0.15$
 $r_{N_2}=0.60$

$$p * V = m * R_{sm} * T$$

$$R_{sm} = \frac{R_u}{M_{sm}}$$

$$M_{sm} = r_{O_2} * M_{O_2} + r_{CO_2} * M_{CO_2} + r_{N_2} * M_{N_2}$$

$$M_{sm} = 0.25 * 32 + 0.15 * 44 + 0.6 * 28 = 31,4 \text{ kg/kmol}$$

$$R_{sm} = \frac{R_u}{M_{sm}} = \frac{8315 \text{ J/kmolK}}{31,4 \text{ kg/kmol}} = 264,8 \text{ J/kgK}$$

$$p * V = m * R_{sm} * T$$

$$T = \frac{p * V}{m * R_{sm}} = \frac{2 * 10^5 * 4}{1,5 * 264,8} = 2014,1 \text{ K}$$

4. Suv vazduh sadrži 23,2 % kiseonika i 76,8 % azota u masenim udelima. Odrediti gasnu konstantu smeše, molarnu masu i zapreminske udele.

$g_{O_2}=0,232$
 $g_{N_2}=0,768$
 $R_{O_2}=260 \text{ J/kgK}$
 $R_{N_2}=297 \text{ J/kgK}$
 $M_{O_2}=32 \text{ kg/kmol}$
 $M_{N_2}=28 \text{ kg/kmol}$

$$R_{sm} = g_{O_2} * R_{O_2} + g_{N_2} * R_{N_2} = 0.232 * 260 + 0.768 * 297 = 288,4 \text{ J/kgK}$$

$$M_{sm} = \frac{R_u}{R_{sm}} = \frac{8315}{288,4} = 28,8 \text{ kg/kmol}$$

$$r_{O_2} + r_{N_2} = 1 \rightarrow r_{O_2} = 1 - r_{N_2}$$

$$M_{sm} = r_{O_2} * M_{O_2} + r_{N_2} * M_{N_2} = (1 - r_{N_2}) * M_{O_2} + r_{N_2} * M_{N_2}$$

$$r_{N_2} = 0,8$$

$$r_{O_2} = 0,2$$

5. U rezervoaru zapremine 10 m³ se nalazi smeša idealnih gasova na pritisku od 0,16 MPa. Smeša se sastoji od 8 kg azota, 6 kg kiseonika i 7,4 kg ugljendioksida. Temperatura smeše iznosi 27 oC. Odrediti parcijalne pritiske pojedinih komponenata u smeši.

$V=10 \text{ m}^3$
 $p=0,16 \text{ MPa}$
 $m_{N_2}=8 \text{ kg}$
 $m_{O_2}=6 \text{ kg}$
 $m_{CO_2}=7,4 \text{ kg}$
 $M_{CO_2}=44 \text{ kg/kmol}$
 $M_{O_2}=32 \text{ kg/kmol}$

$M_{N_2}=28 \text{ kg/kmol}$
 $t=27 \text{ }^{\circ}\text{C}$

$$m_{sm} = m_{N_2} + m_{O_2} + m_{CO_2} = 8 + 6 + 7,4 = 21,4 \text{ kg}$$

$$g_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{m_{sm}} = \frac{8}{21,4} = 0,374$$

$$g_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{m_{sm}} = \frac{6}{21,4} = 0,28$$

$$g_{CO_2} = \frac{m_{CO_2}}{m_{sm}} = \frac{7,4}{21,4} = 0,346$$

$$R_{sm} = g_{CO_2} * R_{CO_2} + g_{O_2} * R_{O_2} + g_{N_2} * R_{N_2} = 0,374 * 297 + 0,28 * 260 + 0,346 * 189 = 249,27 \text{ kg/kmol}$$

$$r_{N_2} = g_{N_2} \frac{R_{sm}}{R_{N_2}} = 0,374 \frac{249,27}{297} = 0,314$$

$$r_{O_2} = g_{O_2} \frac{R_{sm}}{R_{O_2}} = 0,28 \frac{249,27}{260} = 0,269$$

$$r_{CO_2} = g_{CO_2} \frac{R_{sm}}{R_{CO_2}} = 0,346 \frac{249,27}{189} = 0,456$$

$$p_{CO_2} = r_{CO_2} * p = 0,456 * 0,16 = 0,073 \text{ MPa}$$

$$p_{O_2} = r_{O_2} * p = 0,269 * 0,16 = 0,043 \text{ bar}$$

$$p_{N_2} = r_{N_2} * p = 0,314 * 0,16 = 0,05 \text{ bar}$$

Hidrostatika

1. Manometar 7,0 m iznad dna rezervoara koji sadrži tečnost, pokazuje 64,94 kPa, dok drugi manometar na visini 4,0 m očitava 87,53 kPa. Izračunajte specifičnu težinu i gustinu mase tečnosti.

$$h_1=7.0 \text{ m}$$

$$p_1=64,94 \text{ kPa}$$

$$h_2=4.0 \text{ m}$$

$$p_2=87,53 \text{ kPa}$$

$$\gamma = \frac{\Delta p}{\Delta h}$$

$$\gamma = \frac{p_2 - p_1}{h_1 - h_2} = \frac{87,53 - 64,94}{7,0 - 4,0} = 7,53 \text{ kN/m}^3$$

$$\rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{7530}{9,81} = 786 \text{ kg/m}^3$$

2. Otvoren rezervoar sadrži 5,7 m vode na čijoj površini se nalazi sloj od 2,8 m kerozina ($\gamma=8,0 \text{ kN/m}^3$). Koliko iznosi površinski pritisak na dnu rezervoara?

$$h_1=5,7 \text{ m}$$

$$h_2=2,8 \text{ m}$$

$$\gamma_{ker}=8,0 \text{ kN/m}^3$$

Pritisak koji sloj kerozina vrši na površinu vode je:

$$p_{ker} = \gamma_{ker} * h_2 = 8,0 * 2,8 = 22,4 \text{ kPa}$$

Pritisak koji oba sloja (voda + kerozin) vrše na dno suda je:

$$p = p_{ker} + p_w = p_{ker} + \gamma_w \cdot h_1 = p_{ker} + \rho_w \cdot g \cdot h_1$$

$$p = 22,4 \cdot 10^3 + 1000 \cdot 9,81 \cdot 5,7 = 78317 \text{ Pa} = 78,3 \text{ kPa}$$

3. Izračunati apsolutni pritisak p na dnu okeana dubine $h = 1000 \text{ m}$. Gustina morske vode je $\rho = 1024 \text{ kg/m}^3$, a vazdušni pritisak na nultoj nadmorskoj visini iznosi $p_0 = 101,3 \text{ kPa}$. Ako se podmornica spusti na ovu dubinu, kolikom silom je potrebno delovati na unutrašnju površinu malog kružnog prozora, prečnika $d = 30 \text{ cm}$, da bi se izbalansirao spoljašnji pritisak koji stvara voda.

$$h = 1000 \text{ m}$$

$$\rho = 1024 \text{ kg/m}^3$$

$$p_0 = 101,3 \text{ kPa}$$

$$d = 30 \text{ cm}$$

Pritisak na dubini h iznosi:

$$p = p_0 + \rho g h = 101,3 \cdot 10^3 + 1024 \cdot 9,81 \cdot 1000 = 10146740 \text{ Pa} = 10,14 \text{ MPa}$$

Pod pretpostavkom da je prozor na podmornici mali, hidrostatički pritisak na njegovu površinu je konstantan (kao da se ceo prozor nalazi na istoj dubini), pa je sila na površinu poprečnog preseka:

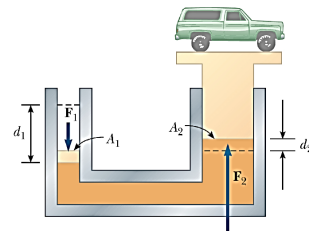
$$F_1 = p \cdot S = p \cdot \frac{d^2 \pi}{4} = 10,14 \cdot \frac{0,3^2 \pi}{4} = 0,72 \text{ MN}$$

4. Hidraulična dizalica prikazana na slici ima manji klip kružnog poprečnog preseka poluprečnika $r_1 = 5 \text{ cm}$ i veći klip poluprečnika $r_2 = 15 \text{ cm}$. Kojom silom je potrebno delovati na manji klip da bi se podigao automobil težine $13,3 \text{ kN}$?

$$r_1 = 5 \text{ cm}$$

$$r_2 = 15 \text{ cm}$$

$$Q = 13,3 \text{ kN}$$



$$\Delta p_1 = \frac{F_1}{A_1} = \Delta p_2 = \frac{F_2}{A_2} \rightarrow F_1 = F_2 \cdot \frac{A_1}{A_2}$$

$$F_1 = Q \cdot \frac{r_1^2 \pi}{r_2^2 \pi} = \frac{0,05^2}{0,15^2} \cdot 13,3 = 1,48 \text{ kN}$$

Hidrodinamika

1. Kroz horizontalnu cev kružnog poprečnog preseka, prečnika $d = 200 \text{ mm}$, struji mazut specifične težine $\gamma = 950 \text{ DaN/m}^3$, sa protokom $Q = 15 \text{ dm}^3/\text{s}$. Odrediti:

- Odrediti maseni protok mazuta i srednju brzinu strujanja
- Za slučaj da u cevi postoji suženje preseka na prečnik $d_1 = 80 \text{ mm}$, izračunati srednju brzinu strujanja u tom preseku i razliku pritiska u DaN/cm^2 .

$$d = 200 \text{ mm}$$

$$\rho = 950 \text{ DaN/m}^3$$

$$Q = 15 \text{ dm}^3/\text{s}$$

$$d_1 = 80 \text{ mm}$$

a) Maseni protok računa se prema sledećem:

$$\dot{Q} = \rho \cdot Q = 950 \cdot 15 \cdot 10^{-3} = 14,25 \text{ DaN/s}$$

a srednja brzina strujanja:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\frac{d^2 \cdot \pi}{4}} = \frac{15 \cdot 10^{-3}}{\frac{0,2 \cdot 3,14}{4}} = 0,478 \text{ m/s}$$

b) Srednja brzina strujanja u suženom preseku:

$$v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{Q}{\frac{d_1^2 \cdot \pi}{4}} = \frac{15 \cdot 10^{-3}}{\frac{0,08 \cdot 3,14}{4}} = 2,99 \text{ m/s}$$

Razlika pritisaka računa se prema formuli:

$$p - p_1 = \rho \cdot h$$

$$h = \frac{p - p_1}{\rho} = \frac{v_1^2 - v^2}{2g} = \frac{2,99^2 - 0,478^2}{2 \cdot 9,81} = 0,447 \text{ m}$$

$$p - p_1 = \rho \cdot h = 950 \cdot 0,447 = 425 \text{ DaN/m}^2 = 0,0425 \text{ DaN/cm}^2$$

3. Odrediti prečnik cevi d_3 ako su dati sledeći podaci: $v_1 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_2 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_3 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $d_1 = 200 \text{ mm}$, $d_2 = 100 \text{ mm}$.

$$Q = A \cdot \rho \cdot v$$

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

$$A_1 \cdot v_1 \cdot \rho_1 = A_2 \cdot v_2 \cdot \rho_2 + A_3 \cdot v_3 \cdot \rho_3$$

$$\frac{d_1^2 \cdot \pi}{4} \cdot v_1 \cdot \rho_1 = \frac{d_2^2 \cdot \pi}{4} \cdot v_2 \cdot \rho_1 + \frac{d_3^2 \cdot \pi}{4} \cdot v_3 \cdot \rho_1$$

$$d_3^2 = \frac{d_1^2 \cdot v_1 - d_2^2 \cdot v_2}{v_3} = \frac{0,2^2 \cdot 6 - 0,1^2 \cdot 8}{10} = 0,016 \text{ m}^2$$

$$d_3 = \sqrt{0,016} = 0,126 \text{ m} = 126 \text{ mm}$$

